

# FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM FJFI ČVUT V PRAZE

Datum měření: 19.3.2011	Jméno: Jakub Kákona
Pracovní skupina: 2	Hodina: Po 7:30
Spolupracovníci: Viktor Polák	Hodnocení:

## Ohniskové vzdálenosti a vady čoček a zvětšení optických přístrojů

### Abstrakt

V úloze bylo použito několik metod měření ohniskových vzdáleností spojných čoček. Určili jsme ohniskovou vzdálenost spojky, okuláru a objektivu. Nasledně jsme sestavili dalekohled a mikroskop. Změřili jsme zvětšení obou těchto přístrojů a porovnali s teoretickým výpočtem.

## 1 Úvod

Geometrická optika popisuje základní jevy při šíření světla a zanedbává jeho vlnové projevy. Proto nelze stejným způsobem popisovat i složitější děje, jako je polarizace či interference světla. V této úloze budeme proto zkoumat pouze základní optické elementy, jako jsou čočky a jejich soustavy.

### 1.1 Zadání

1. Určete ohniskovou vzdálenost spojně čočky  $+200$  Besselovou metodou a ze znalosti polohy předmětu a jeho obrazu (minimálně pro 5 různých konfigurací; provést též graficky) V přípravě odvoďte rovnici č. 8, načrtněte chod paprsků pro obě metody a zdůvodněte nutnost podmínky  $e > 4f$ .
2. Změřte ohniskovou vzdálenost mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru Besselovou metodou. V přípravě vysvětlete rozdíl mezi Ramsdenovým a Huygensovým okulárem.
3. Změřte zvětšení lupy při akomodaci oka na konvenční zrakovou vzdálenost. Stanovte z ohniskové vzdálenosti lupy zvětšení při oku akomodovaném na nekonečno.
4. Určete polohy ohniskových rovin tlustých čoček (mikroskopický objektiv a Ramsdenův okulár) nutných pro výpočet zvětšení mikroskopu.
5. Z mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici mikroskop a změřte jeho zvětšení.
6. Ze spojky  $+200$  a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici dalekohled. Změřte jeho zvětšení přímoou metodou a z průměru pupil. V přípravě vysvětlete rozdíl mezi Galileovým a Keplerovým dalekohledem.
7. Výsledky měření zvětšení mikroskopu a dalekohledu porovnejte s hodnotami vypočítanými z ohniskových vzdáleností.

## 1.2 Teoretický úvod

Pro tenkou spojnou čočku platí v případě geometrické optiky čočková zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

obdobnou rovnicí můžeme zapsat i pro rozptylku

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = -\frac{1}{f}. \quad (2)$$

V obou případech je  $a$  i  $a'$  předmětová a obrazová vzdálenost. Boční zvětšení je pak definováno vztahem

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (3)$$

Kde  $y$  a  $y'$  jsou velikosti objektu a obrazu.

Pro měření Besselovou metodou použijeme výraz (odvozeno dále v 2.2.4).

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (4)$$

$e$  je pak celková vzdálenost mezi předmětem a stínítkem a  $d$  je vzdálenost mezi polohami čočky v kterých je možné na stínítku pozorovat ostrý obraz.

Zvětšení okuláru je dáno vztahem

$$Z_{\infty} = \frac{l}{f}. \quad (5)$$

Zvětšení mikroskopu spočteme vztahem

$$Z = Z_1 Z_2 = \frac{\Delta l}{f_1 f_2}, \quad (6)$$

Oboje je vztaženo k takzvané konvenční zrakové vzdálenosti, která je  $l = 25\text{cm}$ .

## 2 Experimentální uspořádání a metody

### 2.1 Pomůcky

Optická lavice s jezdcí a držáky čoček, žárovka, mikroskopický objektiv, Ramsdenův okulár v držáku s Abbeho kostkou, spojná čočka +200, matnice, clona se šípkou, pomocný světelný zdroj s milimetrovou stupnicí, objektivový mikrometr / clona se stupnicí 100 x 0,01 mm, matnice se stupnicí 50 x 0,1 mm, pomocný mikroskop se stupnicí v zorném poli, pomocný dalekohled.

## 2.2 Ohnisková vzdálenost tenké spojky

### 2.2.1 Odhadem

Využijeme-li toho, že obraz dostatečně vzdáleného objektu vzniká přibližně v ohniskové rovině čočky. Jako přibližný odhad ohniskové vzdálenosti čočky pak bereme vzdálenost čočky od vzniklého obrazu.

### 2.2.2 Autokolimační metoda

V této metodě se využívá faktu, že paprsky bodového zdroje umístěného v ohnisky spojně čočky se lámou rovnoběžně. Po odrazu od rovinného zrcadla se vytvoří obraz. Je-li bodový zdroj realizovaný pomocí Malého kruhového otvoru, můžeme nepatrným vychýlením zrcátka docílit toho, že se zobrazí těsně vedle kruhového otvoru. Nyní stačí nastavit čočku do takové vzdálenosti, aby vznikl ostrý obraz (bod stejný, jako je velikost původního otvoru). Hledaná ohnisková vzdálenost pak odpovídá vzdálenosti čočky od kruhového otvoru.

### 2.2.3 Z polohy předmětu a jeho obrazu

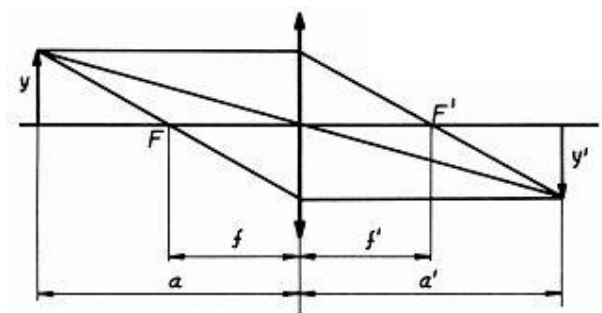
Vyjdeme z čočkové rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}. \quad (7)$$

kde  $a$ ,  $a'$  jsou vzdálenosti předmětu, resp. obrazu od čočky,  $f$  je ohnisková vzdálenost. Z rovnice (7) vyjádříme

$$f = \frac{aa'}{a + a'}. \quad (8)$$

Tuto metodu lze modifikovat tak, že je možné ji řešit graficky.



Obrázek 1: Grafické znázornění chodu paprsků při měření ohniskové vzdálenosti ze znalosti polohy předmětu a obrazu

### 2.2.4 Besselova metoda

Pokud máme spojnou čočku s ohniskovou vzdáleností  $f$ . A vzdálenost předmětu od stínítka  $e$  větší, než  $4 \cdot f$ . Potom, je možné čočku umístit do dvou pozic mezi stínítko a předmět, tak aby na stínítku vznikl ostrý obraz. Pro ohniskovou vzdálenost čočky přitom platí:

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (9)$$

Pro ostrý obraz předmětu na stínítku platí mezi vzdáleností předmětu a obrazu od čočky ( $a, a'$ ) vztah:  $a + a' = e$

Vyjádřením  $a' = e - a$  a dosazením do čočkové rovnice (7) dostaneme postupně

$$\frac{a' + a}{aa'} = \frac{1}{f}$$

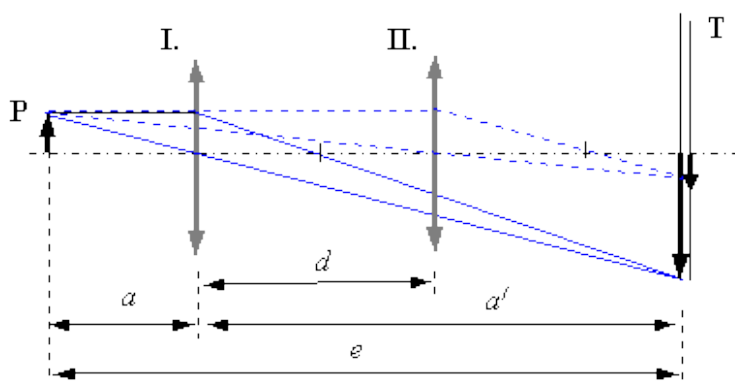
$$\frac{e}{a(e - a)} = \frac{1}{f}$$

$$a^2 - ae + ef = 0. \tag{10}$$

Podle předpokladu  $e > 4f$ , tedy má rovnice (10) právě dvě řešení, které tvoří hledanou dvojici poloh, při kterých vzniká na stínítku ostrý obraz. Pro vzdálenost obou kořenů platí vztah:

$$d = \frac{e + \sqrt{e^2 - 4ef}}{2} - \frac{e - \sqrt{e^2 - 4ef}}{2} \qquad d = \sqrt{e^2 - 4ef}.$$

Rovnici (9) pak dostaneme vyjádřením  $f$ .



Obrázek 2: Grafické znázornění chodu paprsků při měření ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou

Podmínka  $e > 4f$  je tedy nutná k tomu, aby rovnice 10 měla právě dvě řešení.

### 2.2.5 Určení poloh ohniskových rovin tlustých čoček

Provedeme pomocí dalekohledu zaostřeného na nekonečno. Předmět se bude nacházet v ohniskové rovině čočky, když skrz čočku a dalekohled uvidíme ostrý obraz předmětu.

## 3 Optické přístroje

### 3.1 Lupa

Lupa je jeden z nejjednodušších optických přístrojů. Úhlové zvětšení lupy je poměr mezi tan zorného úhlu  $u'$ , pod kterým vidíme předmět lupou k tangentě úhlu  $u$ , pod kterým pozorujeme předmět v tzv. *konvenční zrakové vzdálenosti*  $l = 25 \text{ cm}$ . Tj. lze psát

$$Z = \frac{\tan u'}{\tan u}. \quad (11)$$

- Při akomodaci oka na nekonečno:  $Z_\infty = \frac{l}{f}$
- Při akomodaci oka na konvenční zrakovou vzdálenost:  $Z_l = \frac{y'}{y}$ , což je poměr mezi velikostí obrazu a předmětu.

## 3.2 Okulár

Funkce okuláru je podobná lupě, ale má často složitější konstrukční uspořádání, které zlepšuje jeho parametry (barevnou vadu, sférickou vadu atd.) Okulár také obvykle na rozdíl od lupy nemá vyřešený přívod světla, protože se předpokládá jeho využití, jako součást nějakého komplexního zařízení.

Existuje mnoho typů okulárů, je jím například okulár Ramsdenův a Huygensův. Rozdíl mezi nimi je v orientaci spojné čočky, která ovlivňuje parametry zorného pole, jako je otvorová vada. Ramsdenův okulár také umožňuje lepší korekci chromatické vady.

## 3.3 Mikroskop

Mikroskop ve své základní konfiguraci je tvořen dvojicí čoček: objektivem a okulárem. Důležitou roli hraje vzájemná vzdálenost ohniskových rovin obou čoček, kterou nazýváme *optickým intervalem soustavy* a značíme  $\Delta$ .

Celkové zvětšení mikroskopu je dáno vztahem

$$Z_{mik} = \frac{\Delta l}{f_1 f_2} \quad (12)$$

Zvětšuje se tedy s větší velikostí optického intervalu.

## 3.4 Dalekohled

Dalekohled slouží ke zvětšování zorného úhlu vzdálených předmětů. Konstrukce je podobná jako u mikroskopu, s tím rozdílem, že optický interval  $\Delta$  je roven nule. Příklad tedy příčně nezvětšuje.

Uhlové zvětšení dalekohledu je popsáno rovnicí

$$Z = \frac{f_1}{f_2}. \quad (13)$$

# 4 Výsledky a postup měření

## 4.1 Měření ohniskových vzdáleností čoček

### 4.1.1 Z polohy předmětu a obrazu

Změřili jsme tři různé polohy předmětu a jeho obrazu vzhledem k čočce +200 (v tabulce 1). Příslušné ohniskové vzdálenosti jsme vypočítali ze vztahu (8).

Celkový výsledek dostaneme jako aritmetický průměr hodnot; chybu odhadneme  $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ , kde  $\sigma_1$  je chyba aritmetického průměru a  $\sigma_2$  je chyba nepřímého měření. Ohnisková vzdálenost čočky +200 tedy vychází  $f = 18.5 \pm 0.1 \text{ cm}$

$a$ [cm]	$a'$ [cm]	$f$ [cm]
44,55	30,9	$18,2 \pm 0.1$
34,6	40,1	$18,6 \pm 0.1$
41,45	33,85	$18,6 \pm 0.1$
39,7	35,1	$18,6 \pm 0.1$

**Tabulka 1:** Určení ohniskové vzdálenosti spojné čočky +200 z pozic předmětu a obrazu.

#### 4.1.2 Besselova metoda

Touto metodou jsme změřili ohniskovou vzdálenost tenké spojky +200, Ramsdenova okuláru a mikroskopového objektivu. Nejprve jsme pozorovali čočkou +200 předmět vytvořený otvorem ve tvaru šipky a promítaný na matnici. Výpočet chyby jsme provedli podle vzorce chyb nepřímých měření. Neurčitost vzdálenosti předmětu od stínítka jsme brali 1mm, neurčitost vzdálenosti dvou *ostrých* poloh 2mm. Ohniskovou vzdálenost čočky +200 jsme tedy stanovili na  $18.6 \pm 0.1$  cm.

$d$ [cm]	$e'$ [cm]	$f$ [cm]
40,2	92	$18,61 \pm 0.1$
34,55	88	$18,61 \pm 0.1$
21,5	80	$18,56 \pm 0.1$
11	76	$18,60 \pm 0.1$

**Tabulka 2:** Besselova metoda, čočka +200.

U ostatních elementů jsme v důsledku toho, že ohnisková vzdálenost mikroskopového objektivu a Ramsdenova okuláru je poměrně malá, pozorovali obraz pomocným mikroskopem. výsledky měření jsou v následujících tabulkách.

$d$ [cm]	$e'$ [cm]	$f$ [cm]
18	25,7	$3,27 \pm 0.06$
26,6	34	$3,3 \pm 0.06$
10,9	19	$3,19 \pm 0.06$

**Tabulka 3:** Besselova metoda - mikroskopový objektiv

Ohnisková vzdálenost mikroskopového objektivu vychází  $3,25 \pm 0.06$ cm, Ramsdenova okuláru  $3,81 \pm 0.07$ cm. Při tomto měření mohla vzniknout velká systematická chyba, neboť zde má velký význam vzdálenost ohniskové roviny mikroskopu, která byla odhadnuta na 16cm.

## 4.2 Polohy ohniskových rovin

Změřili jsme polohy ohniskové roviny Ramsdenova okuláru a mikroskopového objektivu. Vždy jsme měřili *vnitřní* rovinu; tu, která se normálně nachází uvnitř přístroje a je zapotřebí pro určení optického intervalu. Vzdálenost jsme odečítali od konce osazení součástky.

Vzdálenost ohniskové roviny Ramsdenova okuláru od jeho kraje:	$0,53 \pm 0,5$ cm.
Vzdálenost ohniskové roviny mikroskopového objektivu od jeho kraje:	$1,0 \pm 0,5$ cm.

$d$ [cm]	$e'$ [cm]	$f$ [cm]
8,7	19	$3,75 \pm$
14,5	24	$3,81 \pm$
20,8	30	$3,89 \pm$

**Tabulka 4:** Besselova metoda - Ramsdenův okulár

## 4.3 Měření zvětšení optických přístrojů

### 4.3.1 Zvětšení lupy

Měření zvětšení lupy jsme provedli přímou metodou měřením poměru dvou stupnic zobrazených na sebe pomocí Abbeho kostky. Tím jsme určili zvětšení lupy na hodnotu  $8,6 \pm 0,4$ . Z námi změřené ohniskové vzdálenosti okuláru který byl použitý, jako lupa vyplývá ze vzorce 5 hodnota zvětšení při akomodaci oka na nekonečno  $6,54x$ .

$D$ [mm]	$d$ [mm]	$Z$ [-]
10	1,2	$8,33 \pm 0,4$
10	1,2	$8,33 \pm 0,4$
9	10	$0,9 \pm 0,4$

**Tabulka 5:** Měření zvětšení lupy  $D$  odpovídá dílkům na hrubé stupnici a  $d$  jsou dílky na jemné stupnici

### 4.3.2 Zvětšení mikroskopu

Obdobným způsobem (pomocí zobrazované a referenční stupnice) jsme určili i zvětšení námi postaveného mikroskopu.

$\Delta$ [cm]	$Z_z$ [-]	$Z_{teor}$ [-]
11,7	20	23,55
25,6	50	51,52

**Tabulka 6:** Měření zvětšení mikroskopu

### 4.3.3 Zvětšení dalekohledu

Dále jsme měřili zvětšení dalekohledu. Pozorovali jsme stupnici ve vzdálenosti přibližně 9 m skrz dalekohled a zároveň (pomocí Abbeho kostky přes zrcátko) přímo (tj. nezvětšenou). Provedení měření bylo ale velmi náročné, protože v sestaveném dalekohledu bez tubusu nebylo možné odečíst obě stupnice zároveň. Odhad zvětšení je ale přibližně  $5x$ . Teoretická hodnota vychází  $Z_{teor} = 6.4x$ .

## 5 Diskuze

1. Změřili jsme ohniskovou vzdálenost spojné čočky +200 Besselovou metodou a ze znalosti polohy předmětu a jeho obrazu. V teoretickém rozboru byla zdůvodněna podmínka  $e > 4f$  i odvozena rovnice popisující Besselovu metodu 9. Ohniskovou vzdálenost čočky +200

jsme tedy Besselovou metodou stanovili na  $18.6 \pm 0.1$  cm a z polohy předmětu a obrazu  $f = 18.5 \pm 0.1$  cm.

2. Změřili jsme ohniskové vzdálenosti mikroskopového objektivu i Ramsdenova okuláru. Ohnisková vzdálenost mikroskopového objektivu vychází  $3,25 \pm 0.06$  cm a Ramsdenova okuláru  $3,81 \pm 0.07$  cm.
3. Přímoou metodou - porovnáním zdánlivé velikosti dvou stupnic přes Abbeho kostku jsme určili zvětšení lupy, jako  $8,6 \pm 0,4$  x. Výpočtem jsme pak zjistili předpokládanou hodnotu zvětšení při akomodaci na nekonečno  $6,54$ x.
4. Pokusili jsme se změřit polohy ohniskových rovin, aby bylo možné vypočítat optický interval, zjištěné hodnoty jsou přibližně  $0,53$  cm pro Ramsdenův okulár a  $1$  cm, pro mikroskopový objektiv.
5. Na optické lavici jsme sestavili mikroskop a pokusili se změřit jeho zvětšení. Vzhledem k malé rozlišovací schopnosti a velikosti stupnic jsme byli schopni zvětšení určit pouze celočíselně jako  $20$ x pro optický interval  $11,7$  cm a  $50$ x pro optický interval  $25,6$  cm.
6. Z objektivu a okuláru jsme na přenosné lavici sestavili dalekohled a pokusili jsme se změřit jeho zvětšení podobným způsobem, jako u mikroskopu a lupy. Ovšem korektního zobrazení obou stupnic se nám nepodařilo dosáhnout, proto je zjištěná velikost zvětšení  $5$ x spíše odhadem.
7. Výsledky změřených a vypočtených zvětšení se v rámci možností měření dobře shodují. Problematické je ale srovnání zvětšení u dalekohledu, u něhož se nám nepodařilo zvětšení dobře změřit.

## 6 Závěr

Několika metodami jsme určili ohniskovou vzdálenost tenké spojky  $+200$ , odhadem, autokoliací a Besselovou metodou. Určili jsme její ohniskovou vzdálenost jako  $f = 18.5 \pm 0.1$  cm. Dále jsme měřili i ohniskové vzdálenosti tlustých čoček v podobě okuláru a objektivu, u nichž jsme zjistili ohniskové vzdálenosti  $3,81 \pm 0.07$  cm a  $3,25 \pm 0.06$  cm. Zkoumali jsme také zvětšení základních optických přístrojů, jako lupa se zvětšením  $8,6 \pm 0,4$  x, mikroskop a dalekohled.

## Reference

- [1] <http://praktikum.fjfi.cvut.cz/mod/resource/view.php?id=195> -Zadání úlohy